Physics Vol. 2, No. 2, pp. 71-79, 1965. Physics Publishing Co. Printed in Great Britain.

ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСНОГО ФЕРРОМАГНЕТИЗМА И ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ МЕТАЛЛА С МАГНИТНЫМИ ПРИМЕСЯМИ

А.А. АБРИКОСОВ

(Получили: 1 апреля 1965)

Расчет, произведенный в [1] распространен на случай примесного ферромагнетизма и внешнего магнитного поля. Показано, что в зависимости от соотношения между T_{max} (см. [1]), T_c (температуры Кюри) и μH возможны различные виды немонотонной зависимости сопротивления от температуры. Оказывается также, что сопротивление может уменьшаться с магнитным полем.

В предыдущей работе [1] было рассмотрено электрическое сопротивление немагнитного металла с малой примесью магнитных атомов. При этом оказалось, что часть сопротивления, связанная с обменным взаимодействием электронов с примесными атомами меняется с температурой. Если это взаимодействие имеет антиферромагнитный знак ($J < 0$), то эта часть сопротивления растет при понижении температуры и при некоторой температуре имеет максимум, после чего начинает падать. Температура не зависит от концентрации примеси.

На опыте (см. например [2]) были получены кривые с максимумом, однако, положение максимума существенно зависело от концентрации примеси. В настоящей работе показано, что это получается в результате примесного ферромагнетизма. Рассмотрено влияние на сопротивление внешнего магнитного поля (*)

1. Примесный ферромагнетизм

Для учета примесного ферромагнетизма и действия внешнего магнитного поля мы поступим в духе работы [3]. Из диаграмм для G и $\mathcal{G}$ функций (см. [1]) мы выделим диаграммы первого порядка, изображенные на рис.1. Эти диаграммы равны нулю при отсутствии упорядочения спинов и отличны от нуля в рассматриваемом случае. Их можно рассматривать, как результат действия некоторого эффективного «поля» в одном случае на спин электрона, а в другом случае на спин примеси. Мы объединим это «поле» с настоящим магнитным полем и будем рассматривать примесь и электрон под действием некоторого суммарного поля, которое мы затем определим самосогласованным методом. «Свободные» гриновские функции будут иметь вид:

$$G = \frac{1}{i\omega - \xi + \sigma_z P} \quad \text{(a)} \qquad \mathcal{G} = \frac{1}{i\omega - \lambda + S_Z Q} \quad \text{(b)} \tag{1}$$

*) Влияние внешнего магнитного поля на сопротивление металлов с магнитными примесями было рассмотрено другим способом Л.Гуревичем и Яссиевичем. Эффект Кондо не учитывался.

Обозначения те же, что и в [1].

Рис. 1

Заметим, что процесс усреднения по спинам примеси в данном случа должен производиться с учетом «поля» Q. Ввиду этого нормирующий множитель равен не $e^{\lambda/T}/(2S+1)$, а

$$e^{\lambda/T}\Big/\left(\sum_{-s}^{s} e^{-MQ}\right) = e^{\lambda/T}\,\frac{\sinh(Q/2T)}{\sinh[Q(S+½)/T]}$$

Из диаграмм 1a и b, и формул (1) получаем самосогласованные урав нения для P и Q (здесь и дальше $\hbar = 1$):

$$Q = g\mu_0 H + \frac{J}{N}\frac{p_0 m}{2\pi^2}\,Sp_\sigma T\sum_\omega \int d\xi\,\frac{\sigma_Z}{i\omega - \xi + \sigma_Z P}$$

$$P = \mu_0 H + \frac{N_i J}{N}\,\frac{e^{\lambda/T}\sinh(Q/2T)}{\sinh[Q(S+½)/T]}\,Sp_s T\sum_\omega \frac{S_Z}{i\omega - \lambda + S_Z Q}$$

(N_i — число атомов примеси в 1см^3, μ_0 — магнетон Бора, $g \approx 2$ — гиромагнитный фактор примеси). Взяв суммы и интегралы и считая $\lambda \gg T$, получаем:

$$P = \mu_0 H + Jc\,SB_S\left(\frac{SQ}{T}\right) \qquad (a)$$

$$Q = g\mu_0 H + \frac{3zJ}{2\varepsilon_F}P \qquad (b) \qquad (2)$$

($B_s(x) = \frac{2S+1}{2S}\coth\frac{(2S+1)x}{2S} - \frac{1}{2S}\coth\frac{x}{2S}$ — функция Бриллюэна, z — число электронов на 1 атом, c — атомная концентрация). Если подставить 2b в 2a, то мы получим в точности условие (13) работы [3] (обозначения $s = \frac{\chi_0}{2\mu_0^2}P$, $\frac{\chi_0}{\mu_0^2} = \frac{p_0 m}{\pi^2}$, $a = \frac{2J}{N}$). С помощью уравнений (2) можно найти P и Q, а следовательно и «свободные» гриновские функции.

Для дальнейшего нам понадобятся некоторые оценки и предельные выражения. Пусть H = 0. Считая аргумент в B_s малым и разлагая по нему в ряд, получаем соотношение:

$$P^2 = \frac{10CS(S+1)\varepsilon_F}{3Z(S^2+S+\frac{1}{2})}(T_C - T) \tag{3}$$

где T_c – температура Кюри, равная

$$T_C = \frac{J^2 cZS(S+1)}{2\varepsilon_F} \tag{4}$$

Формула (3) справедлива вблизи T_c. Если же $T \ll T_c$, то

$$P = JCS \tag{5}$$

Что касается величины Q, то она, согласно (2), равна

$$Q = J\left[\frac{15}{2}\,\frac{CS(S+1)Z}{\varepsilon_F(S^2+S+\frac{1}{2})}(T_C - T)\right]^{\frac{1}{2}}, \quad T_C - T \ll T_C$$

$$Q = \frac{3CZJ^2S}{2\varepsilon_F}, \qquad T \ll T_C \tag{6}$$

Таким образом, при $T_c - T \ll T_c$ — $QS \ll T_c$, а при $T \lesssim T_c$ — $QS \sim T_c$.

Теперь рассмотрим, что происходит при наличии поля. Нас будет интересовать случай $\mu_0 H \gg T_c$ и $T \gg T_c$. Считая опять аргумент B_s малым, получаем:

$$P = \mu_0 H\left(1 + \frac{JcS(S+1)g}{3T}\right)$$

Условием применимости этой формулы является $g\mu_0 SH/T \ll 1$. В обратном предельном случае

$$P = \mu_0 H + JCS$$

Из (2) находим, что в обоих предельных случаях

$$Q \approx g\mu_0 H \tag{7}$$

Эти формулы будут полезны нам в дальнейшем.

2. Собственно энергетическая часть

Теперь рассмотрим рассеяние. В данном случае имеется несколько типов диаграмм, дающих вклад в собственно-энергетическую часть. Одна диаграмма соответствует [1](рис.2). Остальные изображены на рис. 3, где оба взаимодействия в каждой диаграмме относятся к одному атому (для простоты мы ограничились борновским приближением для обычного рассеяния). Диаграммы на рис. 3 равны нулю при отсутствии поляризации спинов (*). Их вклад вычисляется очень просто и дает (во временной гриновской функции)

$$\sum_{\alpha\alpha'}^{(1)} = -\,i\pi\ \mathrm{sign}\ \omega\ \frac{p_0 m}{2\pi^2}\left[-2f_0(P-\mu_0 H)\sigma_Z + \frac{1}{N_i}(P-\mu_0 H)^2\right]_{\alpha\alpha'},$$

где f_0 — амплитуда обычного рассеяния (предполагаемого для простоты изотропным), а P определено в предыдущем разделе. Что касается

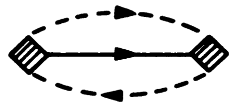
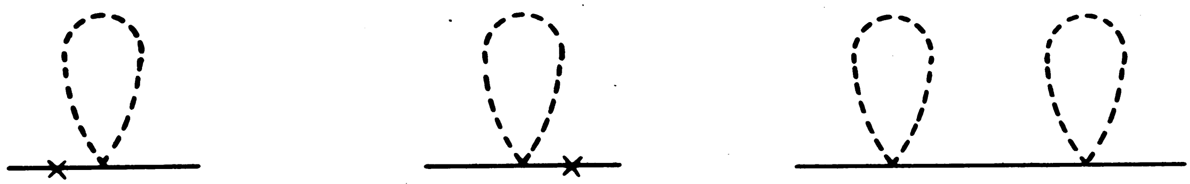


Рис. 2



(а) (б) (в)

Рис. 3

диаграммы на рис. 2, то она вычисляется аналогично тому, как это было сделано в [1]:

$$\sum_{\alpha\alpha'}^{(2)} = i\ \mathrm{sign}\ \omega\ \frac{e^{\lambda/T}\sinh(Q/2T)}{\sinh[(S+\frac{1}{2})Q/T]}\ N_i\ \frac{p_0 m}{2\pi^2} \tag{8}$$

$$\times \int \Gamma_{\alpha\beta,\ \alpha_1\beta_1}(\omega,\ \omega_1;\ \omega+\omega_1-\omega_2,\ \omega_2)\Gamma_{\alpha_2\beta_2,\ \alpha'\beta_3}(\omega+\omega_1-\omega_2,\ \omega\ ;\ \omega_1\omega_1)$$

$$\times\ Im\ \mathcal{G}^R_{\beta_3\beta_1}(\omega_1)\ Im\ \mathcal{G}^R_{\beta_1\beta_2}(\omega_2)\ Im\ G^R_{\alpha_1\alpha_2}(\omega+\omega_1-\omega_2)$$

$$\times\left(\tanh\frac{\omega_2}{2T} - \coth\frac{\omega_2-\omega}{2T}\right)\left(\tanh\frac{\omega_1}{2T} - \tanh\frac{\omega+\omega_1-\omega_2}{2T}\right)\frac{d\omega_1}{2\pi}\ \frac{d\omega_2}{2\pi}$$

---

*) В письме в редакцию ЖЭТФ, где очень кратко изложены результаты настоящей работы, эти члены не были учтены. Автор благодарен А.Русинову, обратившему на них его внимание.

Подставляя

$$Im\ \mathcal{G}^R_{\beta\beta_1} = -\pi\delta_{\beta\beta_1}(\omega - \lambda + S_{Z\beta}Q)$$

$$Im\ G^R_{\alpha\alpha_1} = -\pi\delta_{\alpha\alpha_1}(\omega - \xi + \delta_{Z\alpha}P)$$

взяв интегралы по ω_1, ω_2 и ξ, и учитывая, что $\lambda \gg T$, получаем

$$\sum^{(2)}_{\alpha\alpha'} = -i\ \mathrm{sign}\ \omega N_i \frac{p_0 m}{2\pi} \frac{\sinh(Q/2T)}{\sinh[Q(2S+1)/2T]} \frac{e^{\omega/T}+1}{e^{\omega-QS_{Z\beta}/T} - e^{-QS_{Z\beta_1}/T}}$$

$$\times \Gamma_{\alpha\beta,\alpha_1\beta_1}\left[\omega,\ \lambda - QS_{Z\beta};\ \omega + Q\left(S_{Z\beta_1} - S_{Z\beta}\right),\ \lambda - QS_{Z\beta_1}\right]$$

$$\times \Gamma_{\alpha_1\beta_1,\alpha'\beta}\left[\omega + Q\left(S_{Z\beta_1} - S_{Z\beta}\right),\ \lambda - QS_{Z\beta_1};\ \omega, \lambda - QS_{Z\beta}\right] \tag{10}$$

Ограничиваясь логарифмической точностью, мы можем, как и в [1], вычислять Γ с помощью «временнóй» техники при $T = 0$, и положить везде $\lambda = 0$. В [1] нижним пределом логарифмического интеграла была величина ω, и при вычислении проводимости оказывались существенными $\omega \sim T$. В данном случае положение меняется. Рассмотрим простейшую диаграмму на рис. 4.

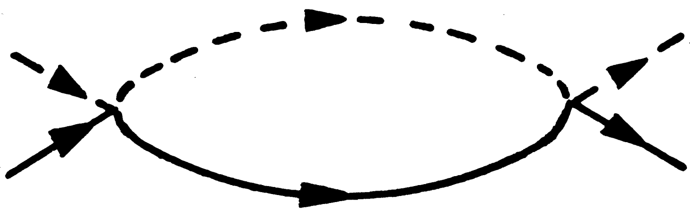


Рис. 4

Аналогично [1] (формула (10а)) получаем:

$$-i\left(\frac{J}{N}\right)^2 \left(\vec{\sigma}\ \vec{S}\right)_{\alpha\beta,\alpha_1\beta_1} \left(\vec{\sigma}\ \vec{S}\right)_{\alpha_1\beta_1,\alpha'\beta'} \frac{p_0 m}{2\pi^2} \int \frac{d\omega_1}{2\pi} \int d\xi_1 \tag{11}$$

$$\times \frac{1}{\omega_1 + QS_{Z\beta_1} + i\delta} \frac{1}{\omega - \omega_1 - \xi_1 + P\sigma_{Z\alpha_1} + i\delta\ \mathrm{sign}\ (\xi_1 - P\sigma_{Z\alpha_1})}$$

$$= \left(\frac{J}{N}\right)^2 \left(\vec{\sigma}\ \vec{S}\right)_{\alpha\beta,\alpha_1\beta_1} \left(\vec{\sigma}\ \vec{S}\right)_{\alpha_1\beta_1,\alpha'\beta'} \frac{p_0 m}{2\pi^2} \int_0^{\varepsilon_F} \frac{d\xi_1}{\xi_1 - QS_{Z\beta_1} - \omega - i\delta}$$

(здесь сделана замена $\xi_1 - P\sigma_{z\alpha} \to \xi_1$). Отсюда видно, что величина P вообще не участвует в логарифмическом интеграле. Нижним пределом интеграла оказывается наибольшая из величин Q и ω, т.е. в окончательном результате $\max(Q,T)$. Так как логарифмический интеграл идет по области $\xi_1 \gg \max(Q,T)$, то выражение (11) сохраняет ту же спинорную форму, что и при отсутствии упорядочения спинов. Это же относится ко всем следующим порядкам для Γ.

Таким образом, в выражении (10) в качестве $\Gamma_{\alpha\beta,\alpha_1\beta_1}\Gamma_{\alpha_1\beta_1,\alpha'\beta}$ можно согласно [1], подставить

$$\frac{(\vec{\sigma}\vec{S})_{\alpha\beta,\alpha_1\beta_1}(\vec{\sigma}\vec{S})_{\alpha_1\beta_1,\alpha'\beta}}{\left[1+\frac{3JZ}{2\varepsilon_F}\ln\frac{\varepsilon_F}{\max(Q,\ |\omega|)}\right]^2} \tag{12}$$

Считая $|\omega| \sim T$, мы получаем, согласно предыдущему разделу, что если магнитное поле отсутсвует или $g\mu_0 HS \ll T_c$, то при $T \gg T_c$ в (12) стоит $\ln\frac{\varepsilon_F}{T}$, а при $T \lesssim T_c$ $\ln\frac{\varepsilon_F}{T_c}$. Если же $g\mu_0 HS \gg T_c$, то при $T \gg g\mu_0 HS$ имеем $\ln\frac{\varepsilon_F}{T}$, а при $T \ll g\mu_0 HS$ $\ln\frac{\varepsilon_F}{g\mu_0 HS}$.

Однако в данном случае зависимость от температуры происходит не только от Γ, но и от предыдущего множителя в (10). Пользуясь спинорной формой Γ, (12) мы получаем

$$\sum\nolimits^{(2)}_{\alpha\alpha'} = -i\ \mathrm{sign}\ \omega N_i \frac{p_0 m}{2\pi}\frac{\sinh(Q/2T)}{\sinh[Q(2S+1)/2T]}\frac{1}{\left[1+\frac{3JZ}{2\varepsilon_F}\ln\frac{\varepsilon_F}{\max(Q,\ |\omega|)}\right]^2}$$
$$\times\sum_{M=-S}^{S} e^{QM/T}\left[M^2+\frac{1}{2}(S+M)(S-M+1)(1-\sigma_Z)_{\alpha\alpha'}\frac{e^{\omega/T}}{e^{\omega/T}+e^{Q/T}}\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}(S+M+1)(S-M)(1+\sigma_Z)_{\alpha\alpha'}\frac{e^{\omega/T}}{e^{\omega/T}+e^{-Q/T}}\right] \tag{13}$$

Взяв сумму по M, находим:

$$\sum\nolimits^{(2)}_{\pm} = -i\ \mathrm{sign}\ \omega N_i\frac{p_0 m}{2\pi}\frac{1}{\left[1+\frac{3JZ}{2\varepsilon_F}\ln\frac{\varepsilon_F}{\max(Q,\ |\omega|)}\right]^2} \tag{14}$$
$$\times\left\{S(S+1)+SB_S\left(\frac{SQ}{T}\right)\left[\frac{e^{\omega/T}+1}{e^{\omega/T}+e^{\mp Q/T}}\left(\coth\frac{Q}{2T}\mp 1\right)-\coth\frac{Q}{2T}\right]\right\}$$

где знаки $+$ и $-$ относятся к разным ориентациям электронного спина. Множитель в $\Sigma^{(1)} + \Sigma^{(2)}$ при $-i\,\mathrm{sign}\,\omega$ мы обозначим через $1/2\tau_{\pm}$. Необменное рассеяние дает, как и раньше (см. [1]) дополнительное слагаемое в Σ, значительно большей величины (кроме окрестности «резонанса»).

Аналогично [1] получаем для проводимости

$$\sigma = \frac{ZNe^2}{2m} \int_0^\infty \frac{d\omega}{2T \cosh \frac{2\omega}{2T}} \left[\tau_+'(\omega) + \tau_-'(\omega)\right]$$

здесь $\tau_\pm'(\omega) = [1/\tau_{ord} + 1/\tau_\pm(\omega)]^{-1}$. Мы воспользовались тем, что величина $\tau_+'(\omega) + \tau_-'(\omega)$ симметрична относительно изменения знака ω. Считая $1/\tau_{ord} \gg 1/\tau_\pm(\omega)$ получаем $\rho = \rho_{ord} + \rho_{ex}$ (в ρ_{ex} включена и интерференционная часть; соответствующий член в $\Sigma^{(1)}$ дает вклад во втором порядке по J/f_0),

$$\rho_{ex} = \rho_{ex,0} \left\{ \left[1 - \frac{1}{S+1} B_S\left(\frac{SQ}{T}\right) \frac{\sinh \frac{Q}{T} - \frac{Q}{T}}{\coth \frac{Q}{T} - 1}\right] \left(1 + \frac{3Jz}{2\varepsilon_F} \ln \frac{\varepsilon_F}{\max(Q,\, T)}\right)^{-2} - 3\frac{S}{S+1} B_S^2\left(\frac{SQ}{T}\right) \right\} \tag{15}$$

где $\rho_{ex,0} = \dfrac{3\pi m J^2 S(S+1)C}{2N\varepsilon_F\, e^2\hbar}$ (обычные единицы), c — атомная концентрация.

Асимптотические значения равны:

$$\rho_{ex} = \rho_{ex,0} \left\{ \left[1 - \left(\frac{Q}{3T}\right)^2\right] \left(1 + \frac{3Jz}{2\varepsilon_F} \ln \frac{\varepsilon_F}{T}\right)^{-2} - \frac{S(S+1)Q^2}{3T^2} \right\}, \quad Q \ll T \tag{16}$$

$$\rho_{ex} = \rho_{ex,0} \left\{ \frac{S}{S+1} \left(1 + \frac{3Jz}{2\varepsilon_F} \ln \frac{\varepsilon_F}{Q}\right)^{-2} - \frac{3S}{S+1} + \frac{1}{S+1}\left[\left(\frac{1}{S} - 2 + \frac{2Q}{T}\right)\left(1 + \frac{3Jz}{2\varepsilon_F} \ln \frac{\varepsilon_F}{Q}\right)^{-2} + 6\right] e^{-Q/T} \right\}, \quad e^{-Q/T} \ll 1$$

Таким образом упорядочение спинов прекращает логарифмический рост сопротивления и, более того, приводит к уменьшению сопротивления благодаря замене $S(S+1)$ при логарифмическом множителе на S^2 и появлению дополнительного отрицательного слагаемого, происходящего в основном от интерференции с обычным рассеянием. Конечно, существует еще эффект возрастания сопротивления при наличии магнитного поля, связанный с обычным искривлением электронной траектории. О нем речь пойдет несколько позже.

Теперь рассмотрим как должна себя вести кривая $\rho(T)$ в различных случаях. Если $J > 0$, то ρ_{ex} уменьшается с температурой. Это будет продолжаться до тех пор, пока T не станет порядка T_0 — температуры, при которой упорядочиваются спины. Согласно предыдущему это происходит при $T \sim QS$, т.е. при $T \sim \max(T_c, g\mu_0 SH)$. После этого $\rho \to \mathrm{const}$..

Если же $J < 0$, то возможны разные случаи. При $Q = 0$ на полной кривой $\rho(T)$ в общем случае должен быть минимум, происходящий от сложения растущей с температурой обычной части сопротивления и падающей ρ_{ex}. Пусть он находится при температуре T_{min}. При более низкой температуре T_{max} имеется максимум, происходящий от полюса в (15). Если $T_0 \ll T_{max}$ то упорядочение на кривой $\rho(T)$ проявится следующим образом. Сохраняются как T_{min}, так и T_{max}. Температура T_{max} не зависит от концентрации примесей. При $T \lesssim T_0$ сопротивление $\rho(T) \to \mathrm{const}$.

Если $T_{max} \ll T_0 \ll T_{min}$, то возникает то положение, которое, по-видимому, чаще всего наблюдается на опыте [2]. Сохраняется минимум $\rho(T)$. Старый максимум исчезает, но появляется новый. При приближении сверху к T_0 рост кривой $\rho(T)$ замедляется и сменяется падением, после чего $\rho(T)$ становится константой. Если магнитное поле отсутсвует или мало́, то $T_0 \sim T_c$, так что температура максимума примерно пропорциональна концентрации магнитных примесей. Если же $g\mu_0 HS \gg T_c$, то температура примерно пропорциональна H и не зависит от концентрации.

Наконец в случае $T_0 \gg T_{min}$ даже при $J < 0$ минимум на кривой $\rho(T)$ отсутствует.

Во всех случаях упорядочение приводит к уменьшению ρ_{ex}. Однако наряду с этим, как уже было отмечено выше, ρ_{ord} может увеличиваться под влиянием внутреннего магнитного поля. Если время между столкновениями $\tau \ll \frac{1}{\Omega}$, $\Omega = \frac{eB}{mc}$ B — среднее поле в образце, то поправка к сопротивлению имеет порядок $\rho_{ord}(\Omega\tau)^2$.

Эту величину надо сравнивать с изменением обменного сопротивления, которое при $Q/T \ll 1$ имеет порядок $\rho_{ex}(\frac{Q}{T})^2$, а при $\frac{Q}{T} \gtrsim 1$ порядка самого ρ_{ex}.

Прежде всего возникает вопрос, не может ли в отсутствии внешнего поля увеличение ρ_{ord} при ферромагнитном переходе превзойти уменьшение ρ_{ex}. Согласно [3] в результате ферромагнитного перехода появляется внутреннее поле $B \sim 4\pi g\mu_0 SNc$. Если определить верхний предел $4\pi g\mu_0 SN$ из значения индукции насыщения B_{sat} для настоящих ферромагнетиков, то $P < 10^4 c$. Изменение ρ_{ord} не будет сказываться при

$$\tau \ll \sqrt{\frac{\rho_{ex}}{\rho_{ord}}}\,\frac{1}{\Omega}$$

Считая $\rho_{ex}/\rho_{ord} \gtrsim 10^{-2}$, получаем $\tau \ll \frac{10^{-12}}{c}$, или длину пробега $l \ll 10^{-4}/c$. Если оценивать l по формуле $l \sim 1/N l \sigma \sim 1/N\sigma c$ и считать $N \sim 10^{22}\,\text{см}^{-3}$, $\sigma \sim 10^{-16}\,\text{см}^{-2}$, то $l \sim 10^{-6}/c$, т.е. наше требование заведомо выполнено даже в том случае, если в металле нет посторонних немагнитных примесей.

Теперь рассмотрим влияние внешнего магнитного поля. В соответствии с приведенными оценками магнитное поле вызовет понижение полного сопротивления, если

$$\max(T,\ \mu_0 H) << \frac{\hbar}{\tau}\sqrt{\frac{\rho_{ex}}{\rho_{ord}}} \tag{17}$$

При $l \sim 10^{-3}$ справа стоит примерно 0,1°K. Остюда следует, что полное сопротивление может как увеличиваться при включении поля, так и уменьшаться. Можно подавить возрастание обычного сопротивления добавлением немагнитных примесей. Однако во всех случаях возрастание обычного сопротивления с полем есть эффект, не зависящий от температуры, а изменение обменной части, наоборот, сильно зависит от температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Абрикосов, Физика (Physics), в печати.

2. A.N. Gerritsen, J.O. Linde, Physica 17, 573, 584 (1951); 18, 877 (1952); A.N. Gerritsen, Physica, 19, 61 (1953), Н.Е. Алексеевский и Ю.П. Гайдуков, ЖЭТФ, 31, 947 (1956).

3. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, ЖЭТФ 43, 2230 (1962).